数　学

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{56}$）

※数学は「経済経営学部」「人文学部」
およびび「健康医療学部」のみ選択可

第１問

（１）正の整数 225 を素因数分解すると，

$$225 = \boxed{\mathbf{1}}^{\boxed{\mathbf{2}}} \cdot \boxed{\mathbf{3}}^{\boxed{\mathbf{4}}}$$

（ただし，$\boxed{\mathit{1}} < \boxed{\mathit{3}}$）となる。したがって，約数の個数は全部で $\boxed{\mathbf{5}}$ 個である。

（２）正の約数の個数が 18 個である最小の正の整数 n を求めることを考える。$18 = 18 \cdot 1$，$9 \cdot 2$，$6 \cdot 3$，$3 \cdot 3 \cdot 2$ をもとに考えると，n の素因数分解は

$$p^{\boxed{\mathbf{6}\,\mathbf{7}}},\quad p^{\boxed{\mathbf{8}}}q,\quad p^{\boxed{\mathbf{9}}}q^{\boxed{\mathbf{10}}},\quad p^{\boxed{\mathbf{11}}}q^{\boxed{\mathbf{12}}}r$$

の形で表すことができる。最小のものを考えるから，$p = \boxed{\mathbf{13}}$，$q = \boxed{\mathbf{14}}$，$r = \boxed{\mathbf{15}}$

とすればよい。したがって，求める最小の正の整数 n は $\boxed{\mathbf{16}\,\mathbf{17}\,\mathbf{18}}$ である。

第２問

a を定数とする。x の関数

$$y = (a+1)x^2 - 2(a+2)x + a - 1 \quad \cdots ①$$

について考える。

（１）$a \neq -1$ のとき，①のグラフの頂点の座標は

$$\left(\frac{a + \boxed{19}}{a + \boxed{20}},\ -\frac{\boxed{21}\, a + \boxed{22}}{a + \boxed{23}} \right)$$

である。

（２）①の $y = 0$ とおいた方程式が実数解を持つかどうかを調べる。

（ア）$a = -1$ のとき

この方程式は１つの実数解 $x = -\boxed{24}$ をもつ。

（イ）$a \neq -1$ のとき

与えられた方程式は２次方程式であるので，判別式を D とすると，

$$D = 4\left(\boxed{25}\, a + \boxed{26} \right)$$

である。実数解を持つ条件は $D \geqq 0$ であるので，

$$-\frac{\boxed{27}}{\boxed{28}} \leqq a < -\boxed{29},\ -\boxed{30} < a$$

のとき，この方程式は１つまたは２つの実数解を持つ。

第３問

以下の $\boxed{31}$ ～ $\boxed{48}$ に数値をあてはめなさい。

あるゲームを行う。当選する確率が５分の１のゲームＡと当選する確率が 10 分の１のゲームＢとがある。ある人がこれらのゲームを数回行ったとして，少なくとも１回当選する確率を求めたい。ただしここでは各回の当選確率は互いに独立であるとする。

（１）ゲームＡを２回行ったとき「２回とも当選しない確率」は 0.$\boxed{31\,32}$ であり，少なくとも１回当選する確率は「２回とも当選しない確率」という事象の余事象であるので，２回のゲームで少なくとも１回当選する確率は，0.$\boxed{33\,34}$ となる。

（２）同様にゲームＡを３回行ったときに，少なくとも１回当選する確率は，0.$\boxed{35\,36\,37}$ となる。

（３）またゲームＢを２回，またゲームＢを３回行った場合に，それぞれのゲームについて「少なくとも１回当選する確率」は，0.$\boxed{38\,39}$，0.$\boxed{40\,41\,42}$ となる。

（４）さらに，ゲームＡとゲームＢをそれぞれ１回ずつ行った場合に，この２回のゲームで，少なくとも１回当選する確率を求めたい。この計算は次のように行う。
ゲームＡとゲームＢのいずれでも当選しない確率を求める。これは

$\left(\dfrac{\boxed{43}}{\boxed{44}} \times \dfrac{\boxed{45}}{\boxed{46\,47}}\right)$ で求められる。ゲームＡとゲームＢをそれぞれ１回行い，少なくとも１回当選する確率は，この余事象であるので，求める答えは 0.$\boxed{48\,49}$ となる。

第４問

三角形 ABC について，以下の手順で余弦定理を証明する。このとき $\boxed{50}$ ～ $\boxed{54}$ については下の語群から選び，$\boxed{55}$ $\boxed{56}$ については数字で答えよ。ただし，三角形 ABC の 3 つの角はすべて鋭角とする。

語群：　① a　② b　③ c　④ $b\sin\theta$　⑤ $b\cos\theta$　⑥ $b\tan\theta$　⑦ $2ab\cos\theta$
⑧ $2ac\cos\theta$　⑨ $2bc\cos\theta$

辺 BC $= a$，辺 AC $= b$，辺 AB $= c$ とし，$\angle ACB = \theta$ とする。
点 A から辺 BC に垂線を下ろし，交点を H とする。
このとき

$$\mathrm{AH} = \boxed{50},\quad \mathrm{CH} = \boxed{51}$$

となる。
次に，三角形 ABH を考えると

$$c^2 = \mathrm{AH}^2 + \mathrm{BH}^2 = \boxed{50}^2 + \left(\boxed{52} - \boxed{51}\right)^2$$

を得る。
これを整理することで余弦定理

$$c^2 = a^2 + \boxed{53}^2 - \boxed{54}$$

を得る。
また，$a = 2$，$b = 4$，$\angle ACB = 60^\circ$ のとき，余弦定理を使うと

$$c = \boxed{55}\sqrt{\boxed{56}}$$

となる。

以上で問題は終わりです。