数　学

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{64}$）

※数学は「バイオ環境学部」は選択。「工学部」は必須。

第１問

△ABCの辺AC上の点Dを，AD：DC＝3：1となるように選ぶ。このとき，以下の問に答えよ。

（１）辺AB上に点Eを，線分DEと辺BCが平行になるように選ぶ。このとき，面積比について

$$\triangle \mathrm{ADE} : \triangle \mathrm{DBE} = \boxed{1} : 1$$

$$\triangle \mathrm{DBE} : \triangle \mathrm{DBC} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{3}} : 1$$

$$\triangle \mathrm{ADE} : \triangle \mathrm{DBC} = \frac{\boxed{4}}{\boxed{5}} : 1$$

が成り立つ。

（２）辺AB上に点FをAF：BF＝4：1となるように選ぶ。線分BDと線分CFの交点をG，

直線AGと辺BCの交点をHとすると，$\mathrm{BH} = \dfrac{\boxed{6}}{\boxed{7}}\mathrm{BC}$である。

また，面積比について$\triangle \mathrm{AFG} : \triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{\boxed{8}}{\boxed{9\,\vdots\,10}} : 1$が成り立つ。

（３）△ABCの頂点Aにおける外角の二等分線と直線BCの交点をP，辺ABと直線PDの交点

をQとする。また，AB＝12，AC＝8とするとき，AQ＝$\boxed{11}$である。

第２問

袋の中に１，２，３，４，５，６の数字が１つずつ書かれた６枚のカードがあり，Ａさんと B さんが交互に１枚ずつ取り出すゲームを行う。取り出したカードは袋の中に戻さず，取り出したカードに書かれた数字の合計が先に６以上になれば勝ちとしてゲームを終了する。Ａさんが先手であるとき，以下の問に答えよ。

（１）先手のＡさんが１回目にカードを取り出して勝ちとなる確率は$\dfrac{\boxed{12}}{\boxed{13}}$であり，後手の B さんが１回目にカードを取り出して勝ちとなる確率は$\dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}}$である。

（２）Ａさんが１回目に数字５が書かれたカードを取り出したとき，B さんが１回目にカードを取り出して勝ちとなる条件付き確率は$\dfrac{\boxed{16}}{\boxed{17}}$である。

（３）数字 m が６でないとし，Ａさんが１回目に数字 m が書かれたカード，２回目に数字 n が書かれたカードを取り出す確率を $p(m,\ n)$ とすると，$n \neq 6$ のとき $p(m,\ n) = \dfrac{\boxed{18}}{\boxed{19}\boxed{20}}$ であり，$p(m,\ 6) = \dfrac{\boxed{21}}{\boxed{22}\boxed{23}}$ となる。したがって，Ａさんが２回目にカードを取り出したときに勝ちとなる確率は $\dfrac{\boxed{24}}{\boxed{25}\boxed{26}}$ である。

第３問

以下の問に答えよ。

（１）実数 a，b に対して $a^3+b^3=407$，$(a+b)^3=1331$ であるとき，

$$a+b=\boxed{27\,\vdots\,28}\,,\quad ab=\boxed{29\,\vdots\,30}$$

である 。

（２）$x^2-6x+4=c(x-1)^2+d(x-3)+e$ が x についての恒等式となるのは，

$$c=\boxed{31}\,,\quad d=-\boxed{32}\,,\quad e=-\boxed{33}$$

のときである。

（３）$f:g:h=x:y:z$ が成り立つとき，

$$\frac{fy}{gx}+\frac{gz}{hy}+\frac{hx}{fz}=\boxed{34}$$

である。また，$x=1$，$y=2$，$z=3$ かつ $f+g+h=12$ であるとき，

$$f=\boxed{35}\,,\quad g=\boxed{36}\,,\quad h=\boxed{37}$$

である。

（４）長方形の全ての辺の長さの合計が 5 であるとき，面積の最大値は

$$\frac{\boxed{38\,\vdots\,39}}{\boxed{40\,\vdots\,41}}$$

である。

第４問

xy 平面上に円 $x^2 + y^2 = 10$ がある。以下の問に答えよ。

（１）円と直線 $y = 2x + 5$ の共有点の座標は

$(-\boxed{42},\ -\boxed{43})$ と $(-\boxed{44},\ \boxed{45})$ であり，以下それぞれ点 P，点 Q とする。

（２）線分 PQ の長さは，$\boxed{46}\sqrt{\boxed{47}}$ である。

（３）円と直線 $x = k$（$0 \leqq k < \sqrt{10}$）との交点を R，S とし，第一象限の交点 R の座標を

$(\sqrt{10}\cos\theta,\ \sqrt{10}\sin\theta)$ であらわす（ただし，$0 < \theta \leqq 90^\circ$）。このとき，点 R と直線 PQ の

距離は，$\boxed{48}\sqrt{\boxed{49}}\cos\theta - \sqrt{\boxed{50}}\sin\theta + \sqrt{\boxed{51}}$ であらわされる。

（４）点 P，Q，R，S からなる四角形の面積は，

$\boxed{52}\sqrt{\boxed{53}\boxed{54}}\cos\theta + \boxed{55}\sqrt{\boxed{56}\boxed{57}}\sin\theta + \boxed{58}\boxed{59}\sin\theta\cos\theta + \boxed{60}$

であらわされ，最大値は，$\boxed{61}\boxed{62} + \boxed{63}\sqrt{\boxed{64}}$ である。

以上で問題は終わりです。