

数 学

(解答番号

1

 ~

62

)

※数学は「バイオ環境学部」は選択。「工学部」は必須。

第 1 問

(1) xy 平面上の 3 点 $(-2, -2)$, $(-1, 5)$, $(1, 1)$ を通る放物線をグラフとする 2 次関数

$y = ax^2 + bx + c$ を求めたい。定数 a, b, c に対して連立 3 元 1 次方程式

$$\begin{cases} \boxed{1} a - \boxed{2} b + c = -\boxed{3} \\ \boxed{4} a - \boxed{5} b + c = \boxed{6} \\ \boxed{7} a + \boxed{8} b + c = \boxed{9} \end{cases}$$

を立てることができ、これを解いて、求める 2 次関数は、

$$y = -\boxed{10} x^2 - \boxed{11} x + \boxed{12}$$

である。

(2) 次の表は、ある 2 次関数 $y = a(x - p)^2 + q$ について、 x と y の対応を示している。

ただし、 a, p, q はいずれも正の整数である。

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	49	28	13	4	1	4	13	...

この関数は、

$$y = \boxed{13} (x - \boxed{14})^2 + \boxed{15}$$

で表される。これを、 x 軸方向に m , y 軸方向に n だけ平行移動した関数が

$$y = \boxed{13} x^2 - 24x + 47 \text{ であるとき,}$$

$$m = \boxed{16}, n = -\boxed{17}$$

である。

第2問

以下の問に答えよ。

(1) a は 9 で割ると 4 余る整数であり、 b は 9 で割ると 7 余る整数である。このとき、 $a + 3b$

を 9 で割ると余りは **18**， a^3 を 9 で割ると余りは **19** である。また、 a^{2021} を 9 で割ると

余りは **20** である。

(2) 4307 と 5133 の最大公約数は **21** **22** である。

(3) $4n^2 + 5n + 4$ と $n + 1$ の最大公約数が 3 となるような 100 以下の自然数 n は全部で

23 **24** 個ある。

第3問

xy 平面上に方程式 $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 23 = 0$ の円 A, 2 点 $(-2, 1)$, $(0, -1)$ を通る円 B, 方程式 $y = x + k$ (k は定数) の直線を考える。以下の問に答えよ。

(1) 円 A の中心の座標は $(\boxed{25}, \boxed{26})$ で, 半径は $\sqrt{\boxed{27}}$ である。

(2) 円 A と直線が 2 点で交わる時, k の範囲は $-\boxed{28} < k < \boxed{29}$ である。

(3) $k = -3$ で, 円 B が直線に接するとき, 円 B として $\boxed{30}$ つの候補があり, そのうち 1 つ

は, 中心の座標 $(-\boxed{31} + \sqrt{\boxed{32}}, \sqrt{\boxed{33}})$, 半径 $\boxed{34}\sqrt{\boxed{35}}$ の円である。

(4) 円 A と円 B が内接するとき, 円 B の中心の座標は $(\frac{\boxed{36}}{\boxed{37}}, \frac{\boxed{38} \cdot \boxed{39}}{\boxed{40}})$ で, 半径は

$\frac{\boxed{41} \cdot \boxed{42}}{\boxed{43}}\sqrt{\boxed{44}}$ である。また, このとき $k = -1$ である直線が円 B によって切り取

られてできる線分の長さは $\frac{\boxed{45} \cdot \boxed{46}}{\boxed{47}}\sqrt{\boxed{48}}$ である。

第4問

以下の問に答えよ。

(1) $y = x^2 - 1$ で表される放物線を C_1 とする。このとき、 C_1 と点 $(1, 0)$ で接する直線の方程

式は $y = \boxed{49}x - \boxed{50}$ である。

(2) 放物線 C_1 と x 軸で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{51}}{\boxed{52}}$ である。

(3) $y = x^2 + 4x + 7$ で表される放物線を C_2 とする。 C_1 と C_2 の両方に接する直線を l とすると、

直線 l の方程式は $y = -\boxed{53}x - \boxed{54}$ である。

(4) 放物線 C_1 と放物線 C_2 と直線 l で囲まれた図形の面積は $\frac{\boxed{55}}{\boxed{56}}$ である。

(5) $0 < t < 3$ のとき、 $F(t) = \int_0^1 |3x - t| x \, dx$ は

$t = \frac{\boxed{57}\sqrt{\boxed{58}}}{\boxed{59}}$ で最小値 $\boxed{60} - \frac{\sqrt{\boxed{61}}}{\boxed{62}}$ をとる。

以上で問題は終わります。